

Софийска професионална гимназия по електроника „Джон Атанасов”
Пети пролетен турнир по математика „maths4teams”
17 март 2018 г.
10-ти клас

Върху бланката с отговорите маркирайте чрез заграждане само един от възможните отговори на задачи с номера от 1 до 20 Маркирането на верните отговори се оценяват по 2 точки

1. Най-голямото от числата е:

А) 6^{-2} Б) $5^{1-\sqrt{2}} \times 5^{\sqrt{2}-2}$ В) $\left(\frac{1}{81}\right)^{\frac{1}{4}}$ Г) $\left[\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{3}{4}}\right]^{\frac{3}{2}}$

2. Числото $\log_{0.25} \frac{1}{32}$ е равно на:

А) $\frac{5}{2}$ Б) $-\frac{5}{2}$ В) $\frac{2}{5}$ Г) $-\frac{2}{5}$

3. Стойността на израза $\cot(-45^\circ) - 2\cos 120^\circ + \operatorname{tg}^2 150^\circ$ е:

А) $\frac{1}{3}$ Б) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ В) $\frac{8}{3}$ Г) $-\frac{5}{3}$

4. Кое от посочените числа НЕ е решение на неравенството $x^2 - 2x - 3 \geq 0$?

А) $-\sqrt{2}$ Б) $\sqrt{2}$ В) 3 Г) π

5. Колко общи точки имат графиките на функциите $f(x) = x^2 - 3x + 2$ и $g(x) = x^2 + 5x - 6$?

А) 0 Б) 1 В) 2 Г) 3

6. Ако $2^a = 3$, то стойността на израза $16^a - 2 \cdot 4^a + 1$ е равна на:

а) 64; б) 81; в) 121; г) 169; д) 194.

7. Неравенството $x^2 - 6x + c \geq 0$ е изпълнено за всяка стойност на x , когато :

А) $c = 9$ Б) $c \geq 9$ В) $c \leq 9$ Г) $c \in (-\infty; +\infty)$.

8. Понятието $\log_a b$ означава:

А) степен Б) $a > b$ В) степенен показател Г) $a < b$.

9. Решенията на неравенството $\frac{x^2 - 5x + 4}{x - 4} \geq 0$ са:

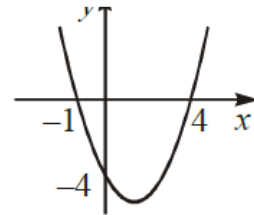
А) $x \in [1; +\infty)$ Б) $x \in (-\infty; +\infty)$ В) $x \in (-\infty; 1]$ Г) $x \in [1; 4) \cup (4; +\infty)$

10. Неравенството $x^2 \geq 9$ е вярно за:

- А) $x \geq \pm 3$ Б) $x \geq 3$ В) $x = \pm 3$ Г) друг отговор.

11. Графиката на коя от функциите е изобразена на чертежа?

- А) $f(x) = -x^2 - 3x + 4$ Б) $f(x) = x^2 + 3x - 4$
В) $f(x) = -x^2 + 3x + 4$ Г) $f(x) = x^2 - 3x - 4$



12. Периметърът на правоъгълен триъгълник с остър ъгъл 30° и хипотенуза дълга 10 см е:

- А) 60° Б) 15 см В) $15 + 5\sqrt{3}$ Г) $15 + 10\sqrt{3}$ см

13. Второто рамо на ъгъл, равен на -545° , е в:

- А) I квадрант Б) II квадрант
В) III квадрант Г) IV квадрант

14. Петър си направил годишен абонамент за ежемесечно списание на стойност блв. с отстъпка 25% от цената. Оказало се, че цената на списанието през новата година е с 25% по-висока от обявеното. Колко лева е спестил Петър за една година чрез абонамента си?

- А) 54 лв. Б) 36 лв. В) 30 лв. Г) 18 лв.

15. Ако $A = \log_2 2^7 + \log_5 5 - \log_8 1$, то стойността на произведението $A \cdot \log_7 \frac{1}{7}$ е:

- а) 7 б) -8 в) -7 г) 56

16. Неравенството $\log_a \frac{5}{6} > \log_a \frac{1}{7}$ е вярно, когато:

- А) $a < 0$ Б) $0 < a < 1$ В) $a = 1$ Г) $a > 1$

17. Ако $a = 2\sqrt{2}$, то числото $\log_a 4$ е равно на:

- А) $\frac{3}{4}$ Б) $-\frac{4}{3}$ В) $-\frac{3}{4}$ Г) $\frac{4}{3}$

18. Графиката на функцията $f(x) = x^2 + 5x + 6$ при $x \in (-2; 1)$ е:

- А) част от парабола Б) права линия В) отсечка Г) парабола

19. За всеки правоъгълен триъгълник центърът на описаната около него окръжност е:

- А) средата на ъглополовящата Б) средата на медианата
В) средата на хипотенузата Г) средата на катет

20. Дадена е функцията $y = -x^2 + 6x - 10$. Оста на симетрия на графиката на функцията е правата с уравнение:

- А) $x = 0$ Б) $x = 3$ В) $x = 6$ Г) $x = -10$

Върху бланката за отговорите отбележете само крайния отговор на задачи от 21 до 25, включително Вярното изписване на отговорите се оценяват по 6 точки

21. За функцията $f(x) = x^2 + bx + c$ определете коефициентите b и c ако графиката на функцията минава през точки с координати $A(1; 2)$ и $B(-2; -4)$.

22. Да се реши неравенството

$$(x^2 - 4x + 3)\sqrt{x - 2} \leq 0.$$

23. Намерете най-малката стойност на израза $\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha - 2018$, ако $\alpha \in [90^\circ; 180^\circ]$

24. В една кошница има 10 ябълки. Опишете как ще разпределите тези ябълки на 10 ученика от СПГЕ, така че всеки десетокласник да получи по 1 ябълка и в кошницата също да остане 1 ябълка.

25. Сравнете стойностите на изразите 2^{30} и 3^{20}

Запишете подробно и аргументирано решение на задачите с номера от 26 до 28, включително. Последните 3 задачи изискват подробно и изчерпателно изписване на решението и се оценяват до 10 точки

Задача 26. Решете неравенството $\frac{x^4 - 2x^2 - 8}{x^2 + 2x + 1} \leq 0$ и проверете кои от числата $a = 8^{\log_2 5}$,

$b = -\frac{16\sqrt{7}}{\sqrt{28}}$, $c = \log_2 \frac{2 - \sqrt{12}}{1 - \sqrt{3}}$ са негови решения.

27. Решете уравнението $(x^2 + 2x)^2 - (x + 1)^2 = 55$

28. Ако знаете, че $\cot \alpha = -0.6$ пресметнете $\frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} + 3 \operatorname{tg} \alpha = ?$

Благодарим Ви за участието и напомняме, че отборът предава само една писмена работа, само с един вариант на решение, не ползва услугите на хора извън отбора, пази чистота и тишина, а краят на турнира е в 12,30 часа. Първенец ще бъде отборът, получил най-много точки, а при равен брой точки - ще спечели първият по време.

Девиза на турнира е:

**No nasty tricks,
use your wits,
take your time,
and make it prime**

**Без удари под кръста,
с ум и разум, не през пръсти
без да бързаш работи,
Най-доброто покажи!**

**Отговори на задачите за 10-ти клас
1В; 2А; 3А; 4Б; 5Б; 6А; 7Б; 8В; 9Г; 10Г;**

11Г; 12В; 13Б; 14Б; 15Б; 16Г; 17Г; 18А; 19В; 20Б

21. $b = 3; c = -2$

22. $x \in [2; 3]$

23. -2019

24. На 9 ученика се дава по една ябълка и на десетият ученик се дава ябълка в кошница

25. $2^{30} < 3^{20}$

26. $x \in [-2; 1) \cup (1; 2]$, $a = 125$; $b = -8$; $c = 1$ и само c е решение

27. -4 и 2

28. -1