

Софийска професионална гимназия по електроника „Джон Атанасов”  
Пети пролетен турнир по математика „maths4teams”  
17 март 2018 г.  
11-ти клас

Върху бланката с отговорите маркирайте чрез заграждане само един от възможните отговори на задачи с номера от 1 до 20 Маркирането на верните отговори се оценяват по 2 точки

1. Най-голямото от числата е:

А)  $6^{-2}$       Б)  $5^{1-\sqrt{2}} \times 5^{\sqrt{2}-2}$       В)  $\left(\frac{1}{81}\right)^{\frac{1}{4}}$       Г)  $\left[\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{3}{4}}\right]^{\frac{3}{2}}$

2. Числото  $\log_{0.25} \frac{1}{32}$  е равно на:

А)  $\frac{5}{2}$       Б)  $-\frac{5}{2}$       В)  $\frac{2}{5}$       Г)  $-\frac{2}{5}$

3. Стойността на израза  $\cot(-45^\circ) - 2\cos 120^\circ + \operatorname{tg}^2 150^\circ$  е:

А)  $\frac{1}{3}$       Б)  $-\frac{\sqrt{3}}{3}$       В)  $\frac{7}{3}$       Г)  $-\frac{5}{3}$

4. Второто рамо на ъгъл, равен на  $-545^\circ$ , е в:

А) I квадрант      Б) II квадрант  
В) III квадрант      Г) IV квадрант

5. Ако  $\cos 2\alpha = -\frac{1}{2}$ , то  $\sin(-\alpha) \cdot \cos(90^\circ + \alpha) + \cos(180^\circ - \alpha) \cdot \sin(90^\circ + \alpha)$  е:

А)  $-\frac{1}{2}$       Б) 0      В)  $\frac{1}{2}$       Г)  $\frac{1}{4}$

6. Вторият и четвъртият член на растяща геометрична прогресия са съответно  $\frac{1}{4}$  и  $\frac{1}{2}$ . Деветият член е:

А) 2      Б)  $2\sqrt{2}$       В) 4      Г)  $4\sqrt{2}$

7. За аритметична прогресия знаем, че  $a_5 = -4$  и  $a_{25} = 1$ . Първият член на прогресията е:

А) -5      Б) 5      В)  $\frac{1}{5}$       Г)  $-\frac{1}{5}$

8. Стойността на израза  $\cos(90^\circ + 2\alpha) + \sin(\pi - 2\alpha) + \cos^2 387^\circ + \sin^2 27^\circ - 1$  е:

А) 1      Б) 0      В) 2      Г) 3.

9. Петко си направила годишен абонамент за ежемесечно списание на стойност б лв. с отстъпка 25% от цената. Оказало се, че цената на списанието през новата година е с 25% по-висока от обявеното. Колко лева е спестил Петко за една година чрез абонамента си?

- А) 54 лв.      Б) 36 лв.      В) 30 лв.      Г) 18 лв.

10. В интервю за работа се явили 10 кандидати, от които 8 владеят английски език, а 6 – немски език. Каква е вероятността избраният кандидат да владее и двата езика.

- А)  $\frac{2}{5}$       Б)  $\frac{5}{7}$       В)  $\frac{12}{25}$       Г)  $\frac{7}{5}$

11. В голям европейски град направили анкета на 100 човека с какво превозно средство отиват на работа. Резултатите от анкетата са дадени в таблицата.

пеша	с колело	с маршрутка	с такси	с метро	с трамвай	с тролей	със собствен автомобил
10	18	12	5	15	16	7	17

Образувано е множество от данни, съответстващи на начина на отиването на служителите до работното им място. Модата на тези данни е:

- А) с колело      Б) с трамвай      В) със собствен автомобил      Г) с метро

12. Даден е  $\triangle ABC$  със страни  $AB = 13$  см,  $BC = 7$  см и  $AC = 8$  см. Радиусът на описаната окръжност е равен на:

- А)  $\frac{13\sqrt{3}}{3}$       Б)  $13\sqrt{3}$       В)  $14\sqrt{3}$       Г)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

13. Стойността на сумата  $S = 3 + 7 + 11 + 15 + \dots + 55$  е равна на:

- А) 812      Б) 406      В) 416      Г) 506

14. Градусните мерки на ъглите на триъгълник образуват аритметична прогресия. Колко градуса е най-големия ъгъл, ако той е 5 пъти по-голям от най-малкия?

- А)  $60^\circ$       Б)  $90^\circ$       В)  $100^\circ$       Г)  $120^\circ$

15. Неравенството  $\log_a \frac{5}{6} > \log_a \frac{1}{7}$  е вярно, когато:

- А)  $a < 0$       Б)  $0 < a < 1$       В)  $a = 1$       Г)  $a > 1$

16. В телефонен номер  $638*3*$  са изтрети две цифри. Каква е вероятността случайно избран номер от този вид да се дели на 9 и 5?

- А)  $\frac{1}{50}$                       Б)  $\frac{1}{100}$                       В)  $\frac{2}{90}$                       Г)  $\frac{2}{3}$

17. Три различни числа, чиято сума е 39, са последователни членове на геометрична прогресия. Ако те са съответно втори, четвърти и десети член на аритметична прогресия, намерете разликата.

- А) -2                      Б) 1                      В) 0                      Г) 3

18. Учителят по математика Миронов забравил последните две цифри от телефонния номер на колегата си Костовски, но запомнил, че те са различни помежду си. Вероятността Миронов да набере телефонния номер на Костовски от първия опит е:

- А)  $\frac{1}{40}$                       Б)  $\frac{1}{90}$ ;                      В)  $\frac{1}{20}$ ;                      Г) 1.

19. Ако бедрата на трапец са дълги 4см и 6см, дължините на основите се отнасят, както числата 2:3 и ъглополовящите на ъглите при по-голямата основа се пресичат в точка от по-малката основа, то средната основа на трапеца е дълга:

- А) 5см                      Б) 7,5см                      В) 10см                      Г) 12,5см .

20. Дадена е функцията  $y = -x^2 + 6x - 10$ . Оста на симетрия на графиката на функцията е правата:

- А)  $x = 0$                       Б)  $x = 3$                       В)  $x = 6$                       Г)  $x = -10$

**Върху бланката за отговорите отбележете само крайния отговор на задачи от 21 до 25, включително** Вярното изписване на отговорите се оценяват по 6 точки

21. Стойността на израза  $\frac{4 \sin 38^\circ \cos 38^\circ}{\cos 14^\circ} - 3 \sin^2 20^\circ - 3 \cos^2 20^\circ$  е равна на:

22. Дадени са успоредните прави  $a$  и  $b$ . Върху правата  $a$  са взети точките А, В, С, D, Е и F, а върху правата  $b$  точките М, N и P. Намерете броят на всички възможни триъгълници, образувани от дадените точки.

23. Намерете най-малката стойност на израза  $\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha - 2018$ , ако

$$\alpha \in \left[ 2\pi; \frac{5\pi}{2} \right].$$

24. Даден е остроъгълен  $\triangle ABC$ , в който  $CH$  и  $CM$  са съответно височина и медиана ( $H \in AB$ ,  $M \in AB$ ). Ако  $\sin \angle ACH = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ,  $HB = 3$  см и  $CB = 5$  см да се намери разстоянието от точка  $H$  до медианата  $CM$ .

25. Даден е равнобедрен  $\triangle ABC$  с основа  $AB = 5$  см и медиана към бедрото равна на  $\frac{3\sqrt{11}}{2}$ . Косинусът на ъгъла при основата е равен на:

Запишете подробно и аргументирано решение на задачите с номера от 26 до 28, включително. Последните 3 задачи изискват подробно и изчерпателно изписване на решението и се оценяват до 10 точки

26. Даден е правоъгълен  $\triangle ABC$  ( $\angle ACB = 90^\circ$ ). Окръжност с център точка  $O$  се допира до  $BC$  и  $AC$  съответно в точките  $V$  и  $H$ . Ако знаем, че  $CO = 4\sqrt{6}$  и  $\angle AOB = 120^\circ$ , да се намери лицето на  $\triangle AOB$ .

27. Числата  $2; x-2; y-3$ , взети в този ред са поредни членове на геометрична прогресия и числата  $1; x; y$  са поредни членове на аритметична прогресия.

Намерете стойността на частното  $\frac{x}{y}$ .

28. На три дървета са кацнали 36 врабчета. Когато от първото дърво са прелетели на второто 6 врабчета и от второто за третото са отлетели 4, на всички дървета е имало по равен брой врабчета. Определете по колко врабчета е имало на всяко от дърветата в началото на броенето.

Благодарим Ви за участието и напомняме, че отборът предава само една писмена работа, само с един вариант на решение, не ползва услугите на хора извън отбора, пази чистота и тишина, а краят на турнира е в 12,30 часа. Първенец ще бъде отборът, получил най-много точки, а при равен брой точки - ще спечели първият по време.

Девиза на турнира е:

No nasty tricks,  
use your wits,  
take your time,  
and make it prime

Без удари под кръста,  
с ум и разум, не през пръсти  
без да бързаш работи,  
Най-доброто покажи!

Отговори на задачите за 11-ти клас

1В; 2А; 3А; 4Б; 5В; 6В; 7А; 8Б; 9Б; 10А;

11ГА; 12А; 13Б; 14В; 15Г; 16А; 17Г; 18Б; 19Г; 20Б

21.  $-1$       22.  $63$       23.  $-2019$       24.  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$       25.  $\frac{5}{14}$   
26.  $26 \text{ см}^2$       27.  $3$       28.  $18; 10; 8$