

Софийска професионална гимназия по електроника „Джон Атанасов“

Пети пролетен турнир по математика „maths4teams“

17 март 2018 г.

12-ти клас

Върху бланката с отговорите маркирайте чрез заграждане само един от възможните отговори на задачи с номера от 1 до 20 Маркирането на верните отговори се оценяват по 2 точки

1. Стойността на израза $(7 - 4\sqrt{3})^2 - (7 + 4\sqrt{3})^2$ е:

А) $194 - 112\sqrt{3}$ Б) 0 В) $-112\sqrt{3}$ Г) 194.

2. Стойността на израза $256^{0,75} - 3^{-1} - \left(\frac{1}{6}\right)^{-2} + 0,027^{-\frac{1}{3}} + 6,7^0$ е равна на:

А) 31 Б) -31 В) 32 Г) -32.

3. Дадени са числата $A=0,(15)$ и $B=\sqrt{0,17^2 - 0,08^2}$. Вярно е, че:

А) $A < B$ Б) $A > B$ В) $A = B$ Г) не могат да се сравнят.

4. При $x \neq \pm 1$ неравенството $\frac{x^3 - 1}{x^2 - 1} \geq 1$ е равносилно на неравенството:

А) $x^3 - 1 \geq x^2 - 1$ Б) $\frac{x^3 - x^2}{x^2 - 1} \geq 0$ В) $\frac{x^2 + x + 1}{x + 1} \geq 0$ Г) $x^3 \geq x^2$

5. Ако x_1 и x_2 са корените на уравнението $2x^2 - 5x + 2 = 0$ и $x_1 = 2$, то $2x_2$ е:

А) 0 Б) 4 В) 1 Г) 0,5.

6. Решенията на уравнението $5\sqrt{1-x} = (1+x)\sqrt{x-1}$ са:

А) 1 Б) -1 В) няма реални корени Г) всяко реално число.

7. Коя от редиците с общ член a_n е геометрична прогресия?

А) $a_n = \frac{2^n}{n}$ Б) $a_n = 2n + 1$ В) $a_n = \frac{2^n}{n+1}$ Г) $a_n = \frac{1}{2^n}$.

8 Вложени в банка 1500 лв. при 6% годишна капитализирана лихва ще нараснат след 3 години с:

А) 286,52 лв. Б) 296,52 лв. В) 386,52 лв. Г) 252,86 лв.

9. Ако $\cos \alpha = \frac{1}{3}$ и $\alpha \in (270^\circ; 360^\circ)$, то $\operatorname{tg} \alpha$ е равен на:

- А) $-\frac{1}{3}$ Б) $2\sqrt{2}$ В) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ Г) $-2\sqrt{2}$.

10. Кое число трябва да се присъедини към редицата от данни 1; 2; 7; 3; 15; 2; 12; така че медианата да стане числото 11?

- А) 10 Б) 9 В) 12 Г) 11.

11. Вероятността случайно избрана карта от колода от 52 карти да е купа или каро е:

- А) $\frac{1}{4}$ Б) $\frac{3}{2}$ В) $\frac{1}{2}$ Г) 1.

12. Изразът $\left(\frac{1}{8}\right)^{1+\log_1 2}$ е равен на:

- А) $\frac{1}{64}$ Б) $\frac{1}{8}$ В) $\frac{1}{2}$ Г) 1.

13. Броят на реалните корени на уравнението $\sqrt{x^4 - 2x^2 - 4} = x$ е:

- А) четири Б) два В) три Г) един

14. Решенията на системата

$$\left| \begin{array}{l} x^2 + y^2 = 25 \\ x + y = 1 \end{array} \right. \text{ са:}$$

- А) (-3;4) Б) (3;-4) В) (-3;4) и (4;-3) Г) (-3;-4) и (3;4)

15. Триъгълникът със страни 3, $\sqrt{10}$, 6 е:

- А) остроъгълен Б) тъпоъгълен
В) правоъгълен Г) не може да се определи видът му.

16. Ако диагоналите AC и BD на четириъгълника $ABCD$ са перпендикулярни, като $AC = \sqrt{14}$ и $BD = \sqrt{21}$, то лицето четириъгълника е:

- А) $\frac{7\sqrt{6}}{2}$ Б) $7\sqrt{6}$ В) $7\sqrt{3}$ Г) $21\sqrt{2}$.

17. За успоредника $ABCD$ е дадено, че $AB = 2\sqrt{2}$, $AD = 3$ и $\sphericalangle BAD = 45^\circ$. Диагоналът AC е равен на:

- А) $\sqrt{5}$ Б) $2\sqrt{3}$ В) $\sqrt{29}$ Г) $3\sqrt{3}$.

18. Триъгълниците ABC и $A_1B_1C_1$ са подобни и периметрите им са равни съответно на 49 и $7\sqrt{7}$. Ако вътрешната ъглополовяща на $\sphericalangle BAC$ е равна на $5\sqrt{7}$, то вътрешната ъглополовяща на $\sphericalangle B_1A_1C_1$ е:

- А) 5 Б) $\frac{5\sqrt{7}}{7}$ В) $\frac{5}{7}$ Г) $\frac{7\sqrt{7}}{5}$.

19. В правоъгълния триъгълник ABC с прав ъгъл при върха C $AC = 2$ cm. Ако височината към хипотенузата има дължина $\sqrt{3}$ cm, то хипотенузата е равна на:

- А) $1 + \sqrt{3}$ cm Б) $\sqrt{7}$ cm В) 3 cm Г) 4 cm .

20 Лицето на ромб с височина 8 cm и остър ъгъл 30° е равно на:

- А) 169 cm² Б) 144 cm² В) 128 cm² Г) 196 cm².

Върху бланката за отговорите отбележете само крайния отговор на задачи от 21 до 25, включително Вярното изписване на отговорите се оценяват по 6 точки

21 Сборът на третия и четвъртия член на аритметична прогресия е $\frac{5}{12}$. Намерете сбора на първите шест члена на прогресията.

22 Да се реши неравенството $\frac{(x+3)(5-x)}{(2x-5)^2} > 0$.

23 Да се намери броят на различните начини, по които от 7 различни рози и 3 различни карамфила може да се направи букет от три рози и два карамфила.

24 Да се намери най-малката стойност на функцията $y = x^2 + 2x + 3$ в интервала $[-2; 2]$.

25 Изчислете стойността на $\cot \alpha$, ако $\frac{3 \cos \alpha - 2 \sin \alpha}{3 \sin \alpha + \cos \alpha} = 2$.

Запишете подробно и аргументирано решение на задачите с номера от 26 до 28, включително. Последните 3 задачи изискват подробно и изчерпателно изписване на решението и се оценяват до 10 точки

26. Разстоянието между две автобусни спирки е 153 метра. Едновременно едно срещу друго тръгват две превозни средства, като едното се движи със скорост 36 km/h, а другото превозно средство изминава първата секунда 3 метра, но после всяка следваща секунда изминава по 5 метра повече от предходната. След колко секунди двете превозни средства ще се срещнат?

27. Да се намерят стойностите на неизвестната променлива a , за които уравненията $x^2 - a = 0$ и $\sqrt{x} - a = 0$ са равносилни.

28. Сравнете числата $A = 2^{\log_5 3}$ и $B = 3^{\log_5 2}$.

Благодарим Ви за участието и напомняме, че отбора предава само една писмена работа, само с един вариант на решение, подписана от всички участници. Не използва услугите на хора извън отбора, пази чистота и тишина, а краят на турнира е в 12,30 часа. Първенец ще бъде отборът получил най-много точки, а при равен брой точки ще спечели първият по време.

Девизът на турнира е:

**No nasty tricks,
use your wits,
take your time,
and make it prime**

**Без удари под кръста,
с ум и разум, не през пръсти
без да бързаш работи,
Най-доброто покажи !**

Отговори на задачите за 12-ти клас

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Б	В	Б	Б	В	В	Г	А	Г	А
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
В	Г	Б	В	Б	А	В	А	Г	В

21 $\frac{5}{4}$ **22** $x \in \left(-3; \frac{5}{2}\right) \cup \left(\frac{5}{2}; 5\right)$ **23** 1260 начина. **24** 2 **25** отг. 8.

Зад. 26 $V_1=36\text{km/h} = 36000/3600 = 10 \text{ m/s}$

$S_1, S_2, S_3, \dots, S_x$ – пътя, изминат от второто превозно средство през I, II, III, ..., $x^{\text{тата}}$ секунда

$$S_1=3; S_2=3+5; S_3=8+5; \dots ; S_x=S_{x-1}+5$$

Аритметична прогресия 3, 8, 13, ... $d=5$

$$S_x = 3+(x-1)5$$

$$S_x = 5x-2$$

I превозно средство след x сек. $S_I = V_1 \cdot x = 10x$

II превозно средство след x сек. S_{II} = сумата от първите x члена на аритметичната прогресия = $S_1 + S_2 + \dots + S_x = \frac{S_1+S_x}{2} \cdot x = \frac{3+5x-2}{2} \cdot x = \frac{5x+1}{2} \cdot x$

Двете превозни средства се срещат $S_I + S_{II} = 153$

$$10x + \frac{5x+1}{2}x = 153$$

$$5x^2 + 21x - 306 = 0$$

$$x = -10,2 \text{ или } x = \underline{\underline{6}}$$

Зад. 27 $a=1$

Зад. 28 Логаритмуваме с основа 5 и двете числа. Степенните показатели стават множители.

Числата са равни.