

Втора примерна кандидат-студентска тема по математика
за кандидатстване в СУ „Св. Климент Охридски”

Задача 1. Нека x_1 и x_2 са корените на уравнението $x^2 - 2x + c = 0$. Намерете c , ако $(x_1 - x_2)^2 = 16$.

Задача 2. Намерете сумата от първите n члена на редицата

$$1, 11, 111, 1111, \dots, \underbrace{11\dots1}_n, \dots$$

Задача 3. Докажете, че

$$1 \leq \sin x + \cos x \leq \sqrt{2}, \text{ за } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$$

Задача 4. Нека O е пресечната точка на диагоналите на трапеца $ABCD$ ($AB \parallel CD$) и лицата на триъгълниците ABO и CDO са съответно 25 и 9. Да се намери лицето на трапеца $ABCD$.

Задача 5. Запишете полинома $f(x) = x^3 + x^2 - x + 1$ във вида

$$f(x) = a(x-1)^3 + b(x-1)^2 + c(x-1) + d,$$

т.е. намерете a , b , c и d .

Задача 6. В триъгълна пирамида $ABCD$ ръбовете AD , BD и CD са два по два взаимно перпендикулярни и имат дължини съответно 1, 3 и 4. Да се намери радиусът на описаната около пирамидата сфера.

Задача 7. Разстоянията от центъра O на вписаната в триъгълника ABC окръжност до върховете A и B са съответно равни на $\sqrt{21}$ и $\sqrt{7}$, а $\angle ACB = 120^\circ$. Да се намери разстоянието от O до третия връх C на триъгълника.

Задача 8. Двама работници са наети за работа с различни надници. Първият получил 225 лева, а вторият, който работил 2 дни по-малко, получил 100 лева. Ако първият беше работил толкова дни, колкото втория, а втория -- толкова дни, колкото първия, то те щяха да получат по равно. По колко дена е работил всеки?

Задача 9. Да се намерят стойностите на параметъра a , за който системата уравнения

$$\begin{cases} x^2 + 2ax - a^2 + 2a + 4 = 0 \\ y^2 + 2y - x = 0 \end{cases}$$

има четири различни реални решения.

Задача 10. От всички триъгълници с еднаква основа a и даден ъгъл α при върха да се намерят ъглите при основата на този, който има най-голям периметър.